

Strutture frattali. Comprendere le geometrie della natura

Michela Rossi, Giorgio Buratti, Andrea Rossi

Abstract

L'osservazione della natura ha storicamente orientato le discipline progettuali: dall'armonia proporzionale dell'antichità agli studi empirici rinascimentali, precursori dello sviluppo della biologia e della bionica. Nel XX secolo, la formulazione della geometria frattale e l'affermazione dell'informatica hanno consentito di descrivere e simulare sistemi complessi, superando l'imitazione formale per indagare i processi di crescita, adattamento e auto-organizzazione propri degli organismi viventi. Le ricerche di Mandelbrot hanno reso possibile una lettura quantitativa dei fenomeni morfogenetici del mondo naturale, evidenziando regole frattali comuni a sistemi animali e vegetali. Nella storia dell'architettura non mancano esempi di adozione inconsapevole di logiche autosimili, oggi reinterpretabili attraverso strumenti di modellazione algoritmica e parametrica. In questo articolo si propone la rilettura di modelli organici e archetipi costruttivi, come il laterizio, all'interno di un paradigma progettuale fondato sulla morfogenesi computazionale, in cui i principi naturali si trasformano in protocolli operativi capaci di coniugare complessità formale, efficienza strutturale e innovazione costruttiva.

Parole chiave: morfogenesi computazionale, geometria frattale, computational design, laterizio, archetipi costruttivi.

Introduzione

Nelle discipline progettuali, l'analisi sistematica e la comprensione delle strutture morfologiche rivestono un ruolo cruciale nel garantire l'efficienza delle soluzioni proposte. L'esito di qualsiasi processo di progettazione è infatti condizionato dalla capacità di soddisfare requisiti operativi quali vincoli temporali, risorse materiche e processi di fabbricazione necessari al raggiungimento degli obiettivi prefissati. Poiché un'ampia porzione dell'apprendimento umano avviene per imitazione, non sorprende che il regno naturale costituisca storicamente il modello primario di ispirazione [Rossi 2001; Rossi 2006]. Fin dalle prime manifestazioni di rappresentazione grafica di organismi e fenomeni naturali – come quelle rinvenute nelle pitture rupestri – l'uomo ha studiato la natura al fine di decifrarne

i principi. Nell'antichità classica l'osservazione dei modelli biologici mirava essenzialmente a tradurre l'armonia delle forme naturali in linguaggi matematici e numerici, mediante lo studio dei rapporti proporzionali tra le diverse componenti morfologiche. Tali indagini non solo orientarono i canoni estetici dell'arte e dell'architettura, ma posero le basi per una prima formalizzazione delle corrispondenze strutturali. Soltanto con gli studi rinascimentali di Leonardo da Vinci sul volo degli uccelli, forse il primo esempio documentato di ricerca supportata da un'analisi sistematica di un sistema biologico, la connessione tra fenomeni naturali e processi progettuali inizia a privilegiare un approccio empirico. Tuttavia, la capacità di traduzione dei principi naturali in tecnologie applicative

rimase frammentaria, determinata dal livello di sviluppo degli strumenti teorici e delle tecnologie disponibili. Pur non mancando sporadici casi di applicazioni antecedenti, è solo a partire dall'inizio del XIX secolo, con l'avvento della biologia quale disciplina autonoma dedicata allo studio dei sistemi viventi, che il rapporto tra progettazione e mondo naturale acquisisce una base metodologica rigorosa [Thompson D'Arcy 1917]. Nel corso del '900 con la nascita della biotecnologia prima e della bionica nella seconda parte del secolo, sono sviluppati modelli conoscitivi capaci di descrivere in termini matematici relazioni e realtà dimensionali più complesse, permettendo di riprodurre e controllare strutture e fenomeni biologici un tempo inattuabili. Con il nuovo millennio poi il riferimento organico assume una notevole importanza nel progressivo spostamento dell'interesse dalla forma alle relazioni costituenti le dinamiche generative, in un approfondimento che porta nel tempo a sostituire la mera imitazione con l'analisi dei processi biologici di crescita, trasformazione e adattamento responsivo [Rossi 2014; Rossi 2019; Rossi, Buratti 2017].

Nell'ambito della pratica progettuale, questo progresso può essere ricondotto a due fattori distinti ma correlati. Il primo è la formulazione e la caratterizzazione della geometria frattale di Mandelbrot, influenzata da un più ampio mutamento epistemologico che vede l'abbandono del paradigma deterministico classico in favore dello studio della non linearità intrinseca dei fenomeni naturali. Il secondo fattore è rappresentato dall'affermazione dell'informatica come disciplina scientifica autonoma e dall'impiego del calcolatore non più solo come strumento di calcolo, ma come mezzo privilegiato per l'indagine, la modellazione e la simulazione di sistemi progettuali basati su logiche complesse.

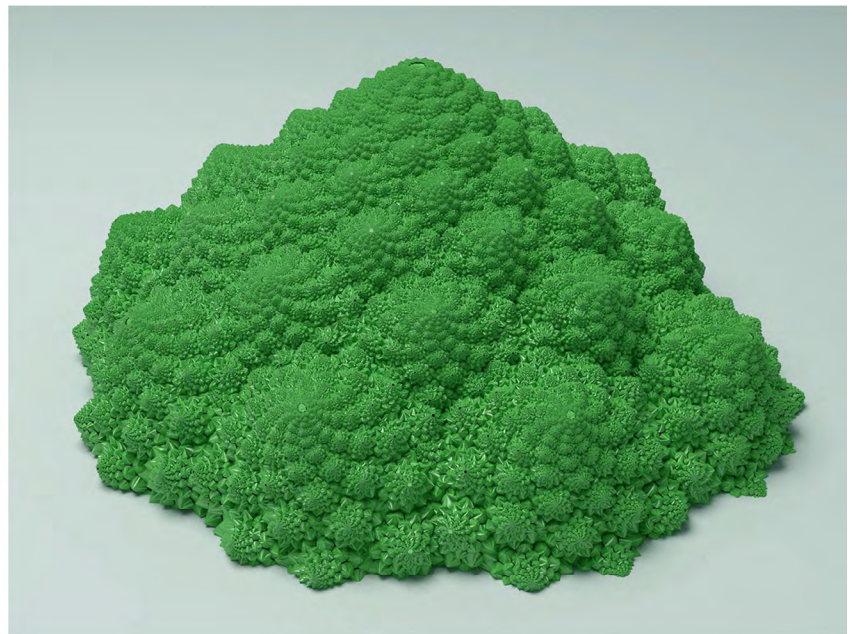
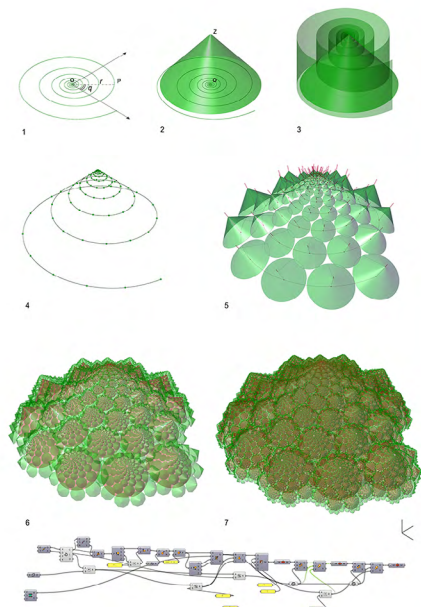
Geometria frattale: riferimenti reali e modelli digitali

La geometria frattale ha permesso di descrivere e caratterizzare quantitativamente strutture naturali complesse, che presentano forme troppo articolate per essere definite in termini euclidei. A voler essere rigorosi, i modelli frattali sono riconoscibili in numerose espressioni artistiche e architettoniche che si sono sviluppate attraverso secoli e continenti anche prima degli studi di Mandelbrot [Mandelbrot 1975]. Tracce di geometrie autosimili si ritrovano infatti nell'arte classica greca e nell'architettura vernacolare

africana, nelle decorazioni della civiltà egizia, nelle culture precolombiane, nonché nei complessi religiosi islamici e indù [Sala, Cappellato 2004]. Esse sembrano riflettere la già citata predisposizione dell'essere umano a riprodurre in ambito costruttivo e decorativo gli stessi principi di complessità e auto-organizzazione osservabili negli ecosistemi naturali, caratterizzati da pattern sensorialmente ricchi, spazi connessi su molteplici livelli di scala e dinamiche frattali di ripetizione e variazione continua.

È anche vero che dal punto di vista scientifico le strutture frattali erano note già alla fine del XIX secolo e nei primi decenni del XX. Georg Cantor (Insieme di Cantor, 1883), Giuseppe Peano (curva di Peano, 1890), David Hilbert (curva di Hilbert, 1891), Helge von Koch (fiocco di Koch, 1904) e Waclaw Sierpiński (tappeto di Sierpiński, 1916) avevano descritto insiemi e curve che sfidavano le nozioni euclidee classiche di dimensione topologica, misura di Lebesgue [1] e perimetro. Questi oggetti erano accomunati non solo da iterazioni ricorsive, omotetia interna e autosimilarità, ma dall'impossibilità di essere rappresentati come il luogo dei punti di risoluzione di equazioni differenziali o di sistemi algebrico-geometrici elementari. Proprietà paradossali quali curve di lunghezza infinita che delimitano regioni di area finita o insiemi non connessi ma non discontinui causarono presso molti studiosi dell'epoca scetticismo e diffidenza, tanto che i frattali furono inizialmente considerati "mostri matematici" [2] privi di riscontro nella realtà fisica [Falconer 2003]. È quindi grazie a Mandelbrot che questi oggetti trovano un'effettiva corrispondenza nel mondo reale, anche se le strutture frattali osservabili in natura presentano un comportamento autosimile soltanto entro un intervallo di scala definito. Questo perché, come già intuito da Goethe secondo il quale "la natura ha fatto in modo che gli alberi non crescessero fino al cielo" [3], le leggi naturali variano in base ai fenomeni considerati. Ad esempio, al livello cellulare, connesso alla crescita degli organismi viventi, la forza di gravità non riveste un ruolo determinante, mentre nel mondo macroscopico questa forza condiziona profondamente la struttura e il movimento dei corpi. Anche la disposizione degli organi vegetali secondo schemi di fillotassi risponde a un'organizzazione morfogenetica che ottimizza l'esposizione alla luce solare e la circolazione dell'aria, garantendo condizioni fisiologiche favorevoli alla crescita. Un esempio emblematico è rappresentato dal broccolo romano, frequentemente citato per la sua straordinaria regolarità geometrica e per

Fig. 1. Sviluppo morfogenetico del broccolo romano (elaborazione grafica degli autori).



la marcata ricorsività delle sue strutture, caratteristiche che ne rendono agevole una modellizzazione algoritmica (fig. 1). La medesima logica di efficienza nella distribuzione spaziale dei rami è riscontrabile anche nello sviluppo morfologico di numerose specie arboree. Non sorprende, quindi, che nell'ambito della progettazione il riferimento al mondo organico assuma negli anni un ruolo sempre più rilevante, parallelamente allo spostamento dell'interesse dalla forma verso le complesse dinamiche generative che la sottendono. Questo approfondimento ha progressivamente condotto a superare l'approccio imitativo, orientando la ricerca verso l'analisi dei processi di crescita, di combinazione e di struttura.

Uno dei primi esempi di applicazione consapevole dei principi biomeccanici nell'architettura è rappresentato dal Crystal Palace, realizzato a Londra nel 1851 in occasione della prima Esposizione Universale. Il progetto, concepito da Joseph Paxton reinterpreta la *Victoria Amazonica* [4] nella progettazione degli elementi portanti in ferro degli archi di copertura dell'edificio, consentendo la realizzazione di una struttura estremamente leggera ma al contempo capace di sostenere le ampie superfici vetrate. La metafora organica influenza anche il pensiero architettonico statunitense, in particolare attraverso le teorizzazioni di Horatio Greenough, il quale individuava nella corrispondenza tra forma e funzione un principio fondamentale dell'organizzazione naturale [Greenough 1975; Greenough 1852; Tuckermann 1853]. La forma si modella in risposta alle esigenze funzionali del genere e della specie, in un processo di adattamento che riflette l'economia formale naturale. Queste concezioni troveranno una sintesi efficace nel celebre motto di Louis Sullivan – *form ever follows function* – che formula un principio destinato a esercitare una profonda influenza sull'architettura e sul design del XX secolo, costituendo uno dei fondamenti teorici del Movimento Moderno.

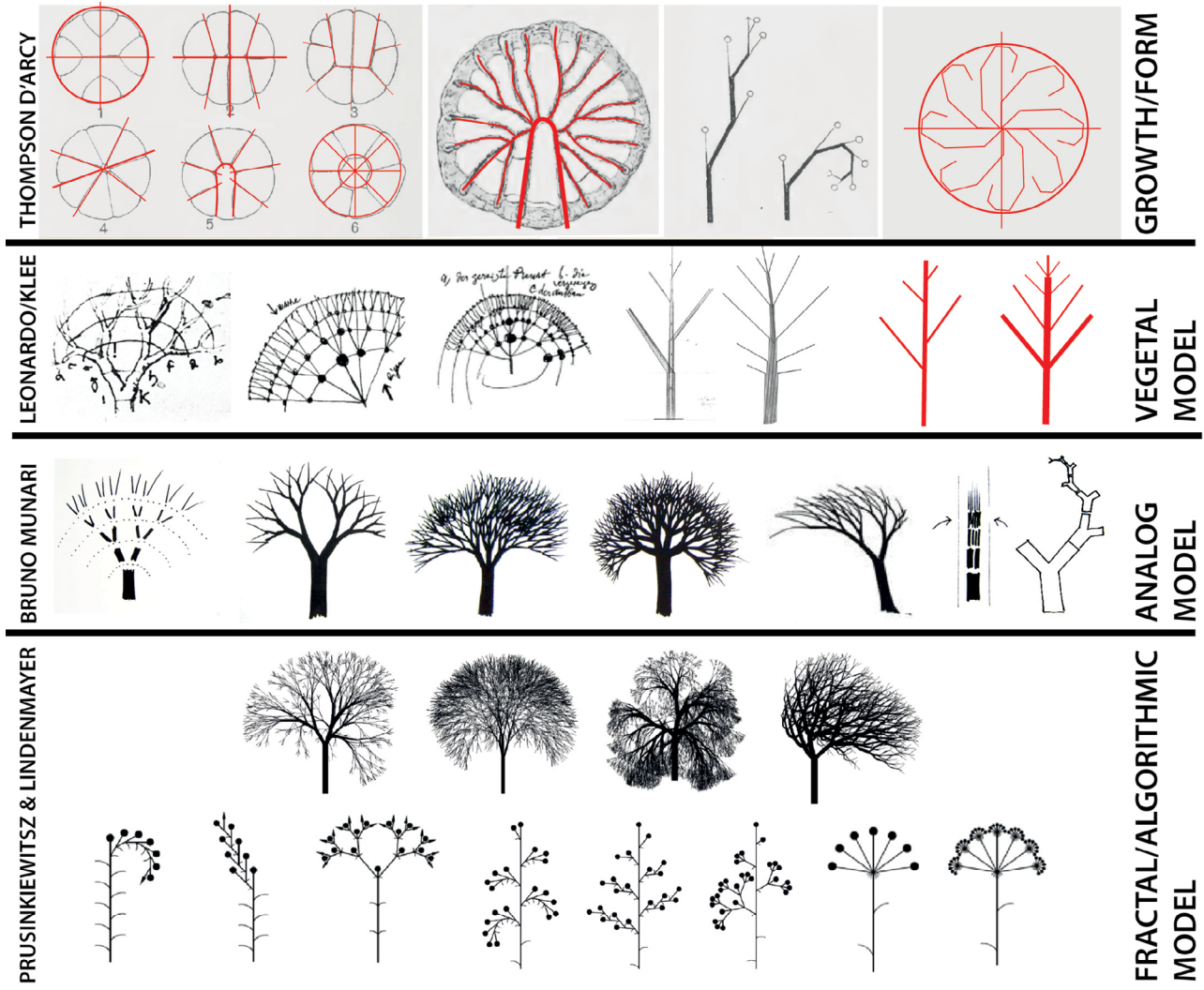
Nello stesso periodo Eugène Viollet-le-Duc realizza disegni che "razionalizzano" la conformazione delle montagne [Viollet-le-Duc 1876] e dei ghiacciai, considerati per similitudine come edifici in rovina, bisognosi di interventi di restauro. L'architetto francese descrive le alture con una geometrizzazione che anticipa il principio del *box counting* associabile ai frattali IFS (*Iterated Function Systems*), soluzione che ritiene necessaria a superare i limiti della geometria euclidea nella descrizione dei fenomeni naturali, anticipando di quasi un secolo Mendelbrot con la sua generazione frattale funzionale alla

modellizzazione digitale dell'orografia dei territori. Le caratteristiche di autosimilarità e invarianza di scala si prestano infatti alla realizzazione di algoritmi efficienti e poco impegnativi dal punto di vista computazionale, che permettono la realizzazione di simulazioni predittive di territori, sistemi o organismi complessi.

In proposito, risulta particolarmente interessante il confronto con il metodo proposto da Bruno Munari per rappresentare graficamente un albero, attraverso un processo che mira a comprenderne la genesi e le logiche formali. L'esercizio consiste nella costruzione di un modello semplificato [Munari 1978] che, seppur concepito con finalità educative, si configura come un'analogia efficace di una struttura frattale IFS (*Iterated Function System*), generata secondo un algoritmo deterministico [Sala, Cappellato 2004]. Sebbene Munari non faccia esplicito riferimento alla matematica dei frattali, l'associazione appare evidente a partire dal 1990, anno in cui il biologo ungherese Aristid Lindenmayer e l'informatico polacco Przemysław Prusinkiewicz pubblicano il primo studio sistematico sulla simulazione digitale della morfogenesi vegetale. In tale ricerca, vengono applicati gli *L-System* – formalismi generativi introdotti dallo stesso Lindenmayer nel 1968 – per modellare i pattern di crescita delle piante [Prusinkiewicz, Lindenmayer 1990]. La logica di generazione della morfologia degli alberi e l'annotazione su come fattori esterni – in primis l'azione del vento – possano modificare lo sviluppo rispetto al modello di crescita "ideale" è lo stesso. L'analogia tra il disegno dell'albero piegato dal vento proposto da Munari [1978] e lo schema di deformazione morfologica pubblicato successivamente da Prusinkiewicz e Lindenmayer è particolarmente evidente: in entrambi i casi si osserva una deviazione sistemica delle geometrie derivate da *input* ambientali, che trova corrispondenza nei modelli computazionali generativi propri degli *L-System* (fig. 2) Il designer cita la fonte a modo suo: «Un mio vecchissimo amico di provincia, un certo Leonardo, nato in un paesino vicino a Firenze: Vinci (codice postale 50059) era un uomo molto curioso. Stava delle ore a osservare le piante e poi le disegnava e annotava tutto ciò che poteva capire sul come ramificano» [5].

Dalla rappresentazione si deducono le regole di crescita che costituiscono il *pattern* compositivo del disegno e della modellazione digitale. Così l'interesse per i frattali si irradia all'ambito del progetto e dell'architettura, sino alla pianificazione territoriale, ambito nel quale il progetto è

Fig. 2. Evoluzione dei modelli di crescita e ramificazione: dal modello di crescita morfologica di D'Arcy Thompson ai modelli frattali di L-system (elaborazione grafica degli autori).



chiamato a rimettere ordine in un sistema complesso e apparentemente caotico, nel quale si sono stratificati i segni delle trasformazioni antropiche [Rossi et al. 2022]. Il *Pattern Language* di C. Alexander sottolinea la relazione tra e la geometria frattale degli *L-System* nell'insediamento e nelle conformazioni territoriali che mostrano lo sviluppo di strutture auto simili nell'aggregazione gerarchizzata dell'archetipo dell'abitazione come metodo di progettazione a grande scala, finalizzato a garantire uno sviluppo equilibrato tra le diverse esigenze di una società complessa [Alexander et al. 1987; Sala, Cappelato 2004].

Un richiamo all'auto-similarità dei frattali si ritrova anche nella razionalità delle costruzioni medievali. Un esempio sono le diverse soluzioni decorativo-costruttive dei grandi rosoni delle cattedrali medievali, che rincorrono una logica combinatoria, come nel Duomo di Milano [Rossi, Buratti 2022], altro modello artificiale del cosmo. Ancora una volta, definita una nuova matematica per risolvere un problema insoluto, se ne scopre l'efficacia in relazione ad altri problemi con lo sviluppo di soluzioni semplificate, coerenti con gli strumenti aggiornati del disegno digitale. Negli ultimi decenni, i modelli frattali hanno acquistato un ruolo fondamentale nella modellizzazione di svariati settori scientifici che comprendono la biologia, le scienze economiche e sociali, la medicina, con campi di applicazione in costante crescita. I frattali offrono quindi potenzialità significative anche per lo sviluppo di applicazioni digitali orientate alla progettazione architettonica su tutte le scale. In questa prospettiva, questo articolo presenta alcune sperimentazioni finalizzate all'ottimizzazione morfologica, volte a reinterpretare in chiave contemporanea archetipi formali e pattern storici, attraverso strumenti computazionali capaci di integrare complessità geometrica e coerenza strutturale

Disegnare strutture frattali complesse: dal broccolo al rosone

La caratterizzazione dei frattali non si fonda su un'unica espressione analitica, bensì su un procedimento algoritmico (non necessariamente di natura numerica) impiegato per generare una curva o una superficie. Un algoritmo è un protocollo sistematico costituito da una successione di istruzioni formalmente definite e univocamente interpretabili, volte a guidare un agente esecutore

verso il raggiungimento di un obiettivo prefissato. Quando tale agente è un elaboratore elettronico, l'algoritmo deve essere codificato in un linguaggio di programmazione eseguibile.

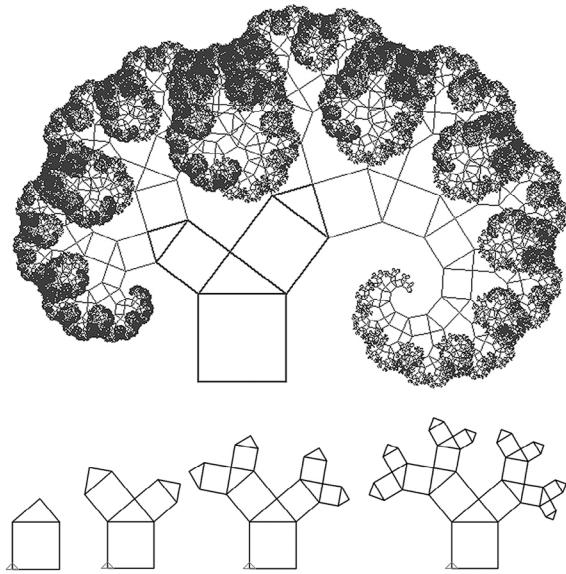
Come già scritto, l'informatica ha svolto un ruolo fondamentale nello studio dei frattali. Grazie al computer, Mandelbrot ha potuto simulare la complessità delle leggi ricorsive tipiche dei sistemi non lineari, scoprendo a posteriori le regole che ne governano l'evoluzione. In tal modo ha dimostrato che tali fenomeni non sono trattabili con un approccio ipotetico-deduttivo *top-down*, ossia prevedendo l'andamento futuro a partire dalle condizioni iniziali, ma richiedono un modello *bottom-up*. Definendo il comportamento delle singole entità elementari e sfruttando la potenza di calcolo per simulare le loro interazioni collettive, è quindi possibile evidenziare pattern ricorrenti e confrontarli con i processi naturali.

L'affinamento delle competenze informatiche che contraddistingue il nuovo millennio ha indotto anche i progettisti ad esplorare i processi, nascosti dall'interfaccia, che determinano il funzionamento degli strumenti digitali di uso quotidiano. Tale attenzione ha promosso l'evolversi di un nuovo tipo di disegno assistito, che libera il progettista dalle restrizioni imposte dai tradizionali software di modellazione grazie alla possibilità di definire il processo di relazioni che portano al costituirsi della forma stessa. La morfologia di un artefatto diviene quindi il risultato dell'iterazione tra diversi determinati progettuali, siano esse di ordine tecnologico, economico o culturale, in un processo definito morfogenesi computazionale proprio perché, come nella morfogenesi naturale che contraddistingue i processi di sviluppo e crescita degli organismi viventi, la forma nasce dall'interazione di capacità materiali intrinseche al sistema e forze ambientali esogene.

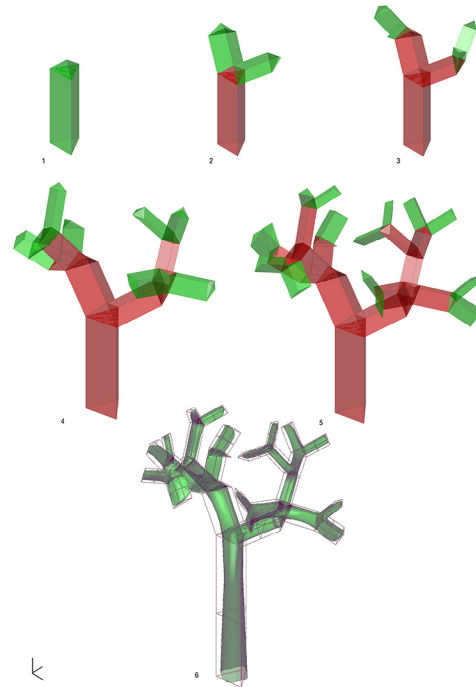
Gli esempi presentati in questo lavoro dimostrano come questo approccio permetta di descrivere e controllare i fattori di complessità dei modelli biologici di riferimento. Tramite *Grasshopper*, editor di algoritmi visuale associato al programma *Rhino* di McNeel, sono state studiate e definite diverse definizioni capaci di descrivere precisamente delle morfologie organiche.

Il primo algoritmo [Buratti, Rossi 2021] prende come riferimento il broccolo romano, organismo vegetale che ha suscitato l'interesse di molti studiosi per la sua peculiare morfologia autosimile. La disposizione delle rosette segue una struttura frattale riconducibile a principi

Fig. 3. a) Schema dell'albero frattale di Pitagora; b) Equivalente tridimensionale basato su prismi triangolari e tetraedri; c, d) Comparazione dello sviluppo frattale che presiede alla crescita di un albero e regola anche la morfogenesi dei vasi sanguigni polmonari (elaborazione grafica degli autori).

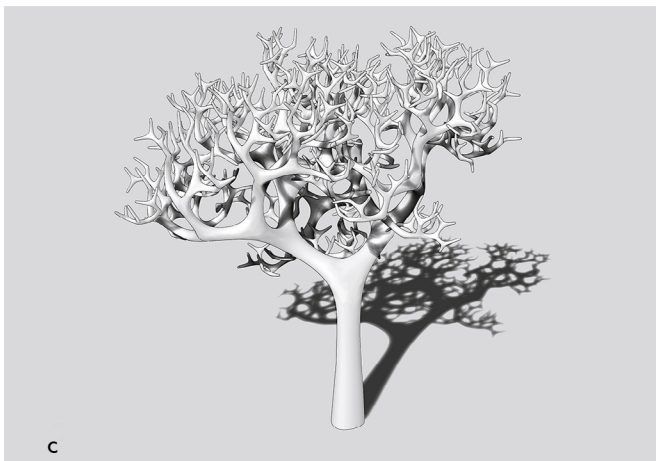


a

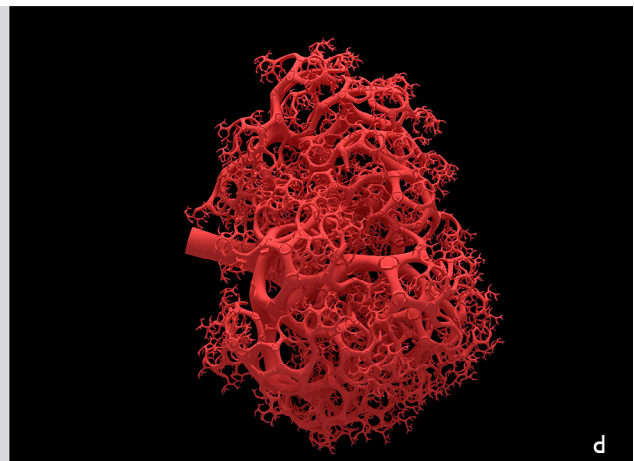


k

b

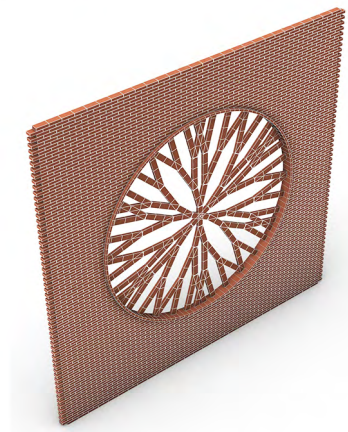
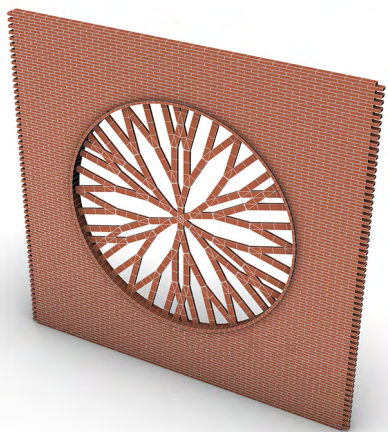
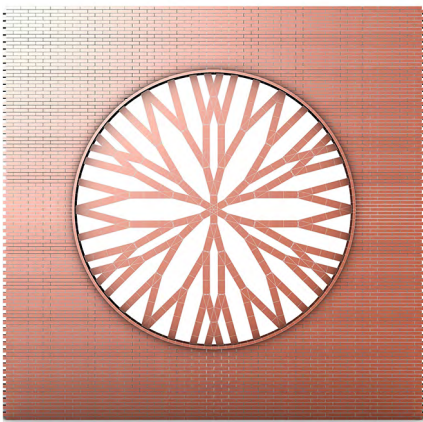
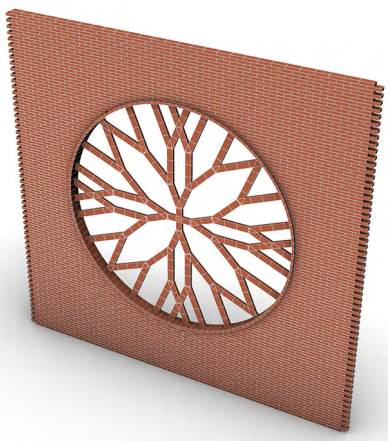
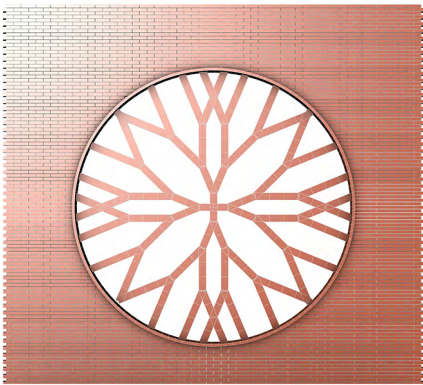
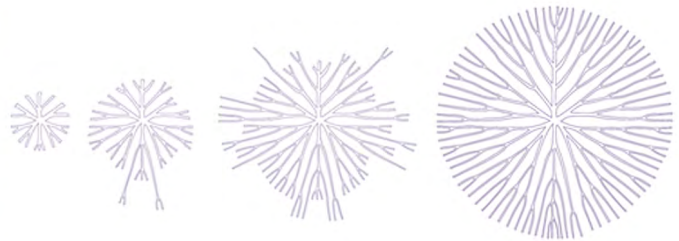
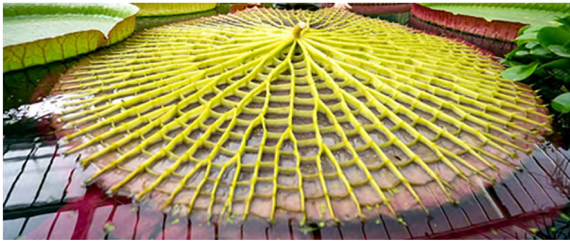


c



d

Fig. 4. Studio del processo morfogenetico della Victoria Amazonica caratterizzato da una crescita radiante e ramificata che incorpora principi di efficienza strutturale e traduzione della sua struttura radiante in elementi costruttivi ornamentali basati sul mattone (elaborazione grafica degli autori).



di omotetia interna: ciascuna infiorescenza replica su scala ridotta la geometria dell'intero, generando una sequenza iterativa di coni disposti lungo la superficie laterale del precedente. Questa crescita è descrivibile attraverso la successione di Fibonacci, i cui rapporti successivi approssimano l'invarianza proporzionale osservata nella distribuzione spaziale degli elementi. In tal modo la distribuzione spaziale delle infiorescenze è ottimizzata, sfruttando al massimo il rapporto tra numero e dimensione dei coni e la superficie disponibile. Ci si può interrogare sulla ragione per cui il broccolo romano sviluppi le cime a partire da una base circolare anziché da altri poligoni capaci di ottimizzare la tassellazione della superficie, come il quadrato, il triangolo o l'esagono. Una possibile risposta è che la curvatura della superficie conica massimizza l'esposizione ai raggi solari indipendentemente dall'angolo di incidenza, incrementando l'efficienza nell'assorbimento della luce per la fotosintesi, anche in condizioni di illuminazione limitata [6].

Il secondo algoritmo [Buratti, Rossi 2021] computa le strutture ramificate tridimensionali ispirate al frattale "albero di Pitagora" (fig. 3a), basato sull'identità pitagorica $a^2=b^2+c^2$ e su un processo iterativo binario di rotazioni e omotetie. Nello spazio tridimensionale, la costruzione sostituisce quadrati e triangoli con prismi triangolari e tetraedri (fig. 3b), generando geometrie autosimili rappresentative delle ramificazioni vegetali e dell'apparato vascolare polmonare (fig. 3c, d). In questo caso la reiterazione della divisione binaria, associata al dimezzarsi della sezione, permette un'efficace occupazione dello spazio senza interferenze tra un ramo e l'altro. La motivazione è facilmente intuibile se si considera quanto respirazione e fotosintesi siano legate all'efficienza degli scambi gassosi. Questa aumenta al crescere della superficie disponibile, da cui le ramificazioni che, nel limitato volume dei polmoni, possono generare superfici fino a 100 m², l'equivalente di un campo da tennis. I successivi esperimenti sfruttano la proprietà frattale di autosimilarità e ricorsività nell'uso modulare del mattone. Questo è un elemento costruttivo fondamentale, la cui storia si intreccia con lo sviluppo dell'architettura e delle civiltà. La sua versatilità, durabilità e facilità di produzione lo hanno reso un materiale prediletto in diverse epoche e culture, dando vita a una vasta gamma di tecniche costruttive e stili architettonici che non si limitano al semplice utilizzo per muratura, ma si estendono alla realizzazione di volte, archi, cupole, dimostrando la flessibilità e capacità del laterizio di adattarsi e combinarsi in geometrie complesse.

I principi iterativi e ricorsivi per cui in un frattale una forma elementare si ripete secondo schemi scalabili, generando strutture che mantengono comunque una coerenza geometrica, si traducono in ambito costruttivo in sistemi compositivi in cui i singoli mattoni, intesi come unità fondamentali, sono aggregati secondo configurazioni tipiche dei sistemi autosimili [Jong 2005]. L'adozione di schemi frattali permette non solo di ottimizzare l'occupazione dello spazio, ma anche la distribuzione dei carichi strutturali, grazie alla peculiare natura gerarchica e ramificata che, come dimostrato dai molteplici esempi naturali, favorisce un'efficiente trasmissione delle sollecitazioni [Banach, Wrobel 2014]. Inoltre, la dimensione frattale, misura non intera che quantifica la complessità geometrica, può guidare la progettazione modulare per massimizzare la superficie di contatto e la coesione tra i singoli elementi, facilitandone una possibile fabbricazione digitale [Oxman 2010].

In sinergia, principi frattali e laterizi sono stati applicati inizialmente a possibili configurazioni di rosone, elementi radiali di valore ornamentale e simbolico, che ben si prestano alla reinterpretazione algoritmica [Buratti, Rossi 2022]. Dal punto di vista geometrico, infatti, un rosone può essere costruito come una serie di trasformazioni ricorsive applicate a un modulo di base (mattone). Ogni iterazione produce una copia ridotta o ruotata del modulo, disposta secondo simmetrie radiali che appartengono a gruppi diedrali D_n ma arricchite da variazioni scalari e traslazioni su più livelli di scala (figg. 4, 5).

Il processo algoritmico definisce l'unità primitiva – il mattone – e il relativo grafo di connessione, descritto come insieme di piani orientati nello spazio che rappresentano possibili interfacce di accoppiamento. Operazioni di traslazione e rotazione applicate a tali piani modulano le relazioni topologiche e metriche tra i moduli adiacenti. L'applicazione ricorsiva di tali regole genera quindi strutture discrete complesse, analoghe a quelle prodotte da sistemi generativi di tipo *L-System*.

Una seconda serie di studi ha esplorato le possibilità offerte dall'introduzione di gerarchie spaziali tra gli elementi, modificando il processo di generazione e le regole aggregative per costruire strutture basate su una serie di archi portanti e relativi riempimenti.

L'adozione di logiche computazionali di progettazione discreta, formalizzate nello strumento *Wasp* [7] [Rossi 2017; Rossi, Tessmann 2019], ha consentito di attaccare la complessità determinata dall'utilizzo del laterizio in una calotta emisferica e di studiare le possibili varianti (figg. 6,

Fig. 5. Altro schema strutturale basato sulla *Victoria Amazonica* per la progettazione di un elemento architettonico che evidenzia il trasferimento dei principi di ramificazione organica in una configurazione geometrica funzionale per l'edilizia (elaborazione grafica degli autori).

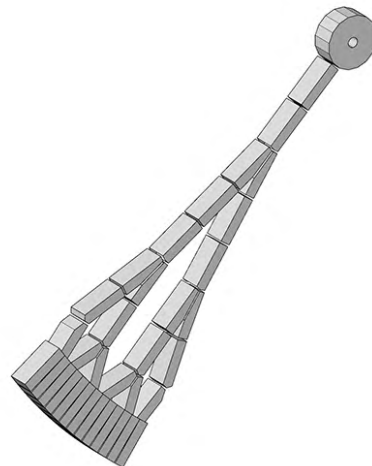
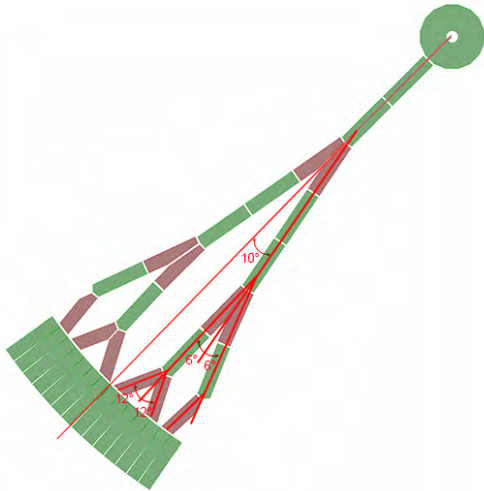
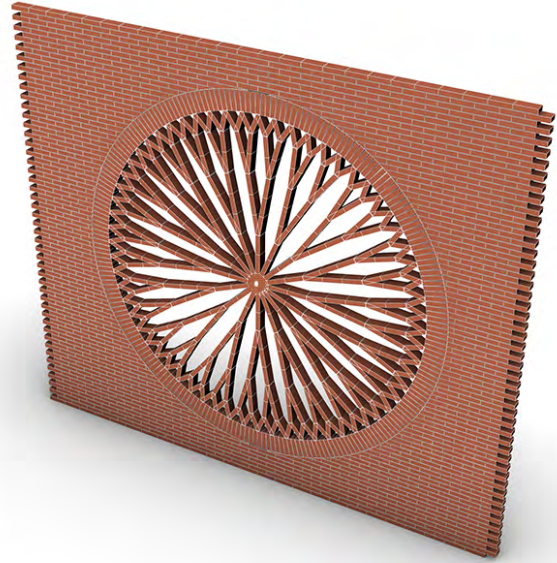
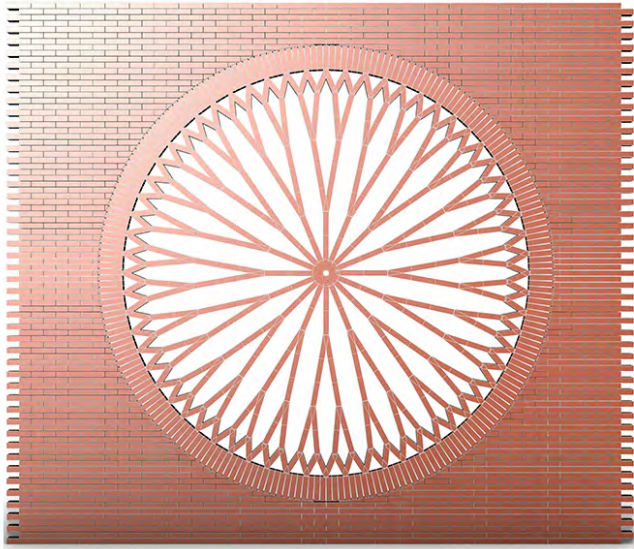
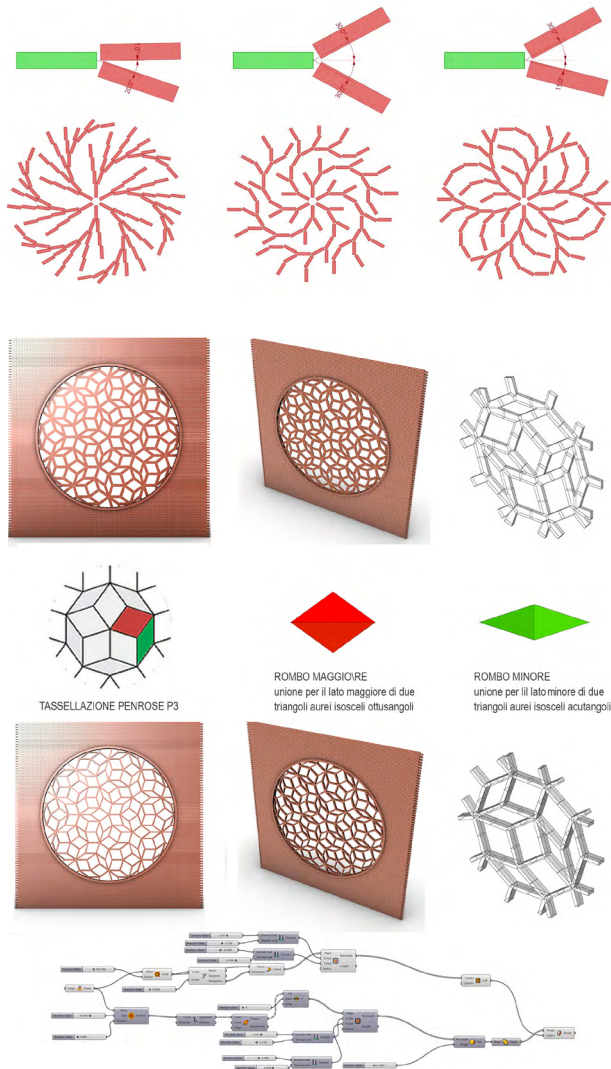


Fig. 6. Indagine computazionale sull'applicazione di modelli di crescita organica per la progettazione strutturale in architettura: trasposizione di schemi biomimetici per la realizzazione di cupole attraverso l'ottimizzazione formale e strutturale dell'uso del laterizio (elaborazione grafica degli autori).



Fig. 7. Rapporti parametrici tra i diversi elementi in laterizio (elaborazione grafica degli autori).

Fig. 8. Sperimentazione sull'uso del laterizio come modulo costruttivo per la realizzazione di una tassellazione di Penrose. La sinergia tra la geometria aperiodica applicata a un sistema costruttivo tradizionale dimostra le potenzialità innovatrici del computational design (elaborazione grafica degli autori).



7). Benché l'approccio *bottom-up* consenta di esplorare un ampio spettro di configurazioni geometriche, l'algoritmo proposto non computa indicazioni sulla stabilità dell'assetto finale. La generazione della struttura fondata unicamente su relazioni locali non implica che l'algoritmo sia efficiente nel considerare la morfologia globale dell'insieme. Tale mancanza di controllo a livello macrostrutturale può condurre a distribuzioni e spaziature dei mattoni che, pur rispettando le regole locali, risultino inadeguate a garantire le condizioni di stabilità complessiva richieste dal sistema costruttivo. Per risolvere tali problemi, si è adattato un processo inizialmente sviluppato per la creazione di strutture a partire da elementi irregolari [Allner et al. 2020], basato sulla simulazione fisica della struttura attraverso il *plug-in Kangaroo* [Piker 2013]. Ogni mattone viene definito come un corpo rigido connesso ai mattoni adiacenti con delle molle a resistenza variabile. Quando il *solver* fisico viene attivato, le molle trascinano i mattoni l'uno verso l'altro, ottimizzando gli spazi tra essi. Controllando la distanza massima per cui due mattoni sono considerati connessi è possibile chiudere spazi di dimensioni diverse, riducendo l'instabilità della struttura.

Ulteriori sperimentazioni studieranno nuovi schemi di composizione (fig. 8) e costruzioni basate su elementi eterogenei, caratterizzati da variazioni di scala o da difformità geometriche. Ciò include anche componenti irregolari o parzialmente deteriorati, quali materiali di recupero provenienti da strutture preesistenti, integrabili nel sistema attraverso opportune ridefinizioni delle relazioni topologiche e geometriche di connessione.

Conclusioni

Il mondo naturale, ammirato per l'efficienza delle sue soluzioni, offre modelli complessi traducibili in algoritmi di descrizione della forma, poiché sistemi naturali e informatici condividono schemi strutturali analoghi, seppur spesso invisibili. Nelle discipline del progetto, tali algoritmi possono generare non solo modelli di rappresentazione, ma anche artefatti concreti. Si esplicita così come la conversione della forma in linguaggio informatico non riduca la realtà, bensì ne espliciti la complessità. Ne sono un esempio i casi qui proposti, non ultimo la reinterpretazione del mattone come unità modulare di un linguaggio geometrico in cui le regole sono estrapolate dalle morfologie naturali.

Le possibilità non si limitano alla rappresentazione visiva: la parametrizzazione frattale in *Grasshopper* consente simulazioni di luce e ombra, valutazioni della ventilazione e ottimizzazioni termo-visive, trasformando il mattone in

un dispositivo architettonico multifunzionale. In tal modo, il processo progettuale si avvicina a una sintesi tra geometria generativa e tradizione costruttiva capace di integrare complessità formale e concretezza materica.

Crediti

Benché questa ricerca sia un'opera collettiva, è possibile ascrivere i paragrafi *Introduzione* e *Geometria frattale: riferimenti reali e modelli digitali* a Michela Rossi e Giorgio Buratti, e *Disegnare strutture frattali complesse: dal broccolo al rosone* a Giorgio Buratti e Andrea Rossi. Le definizioni algoritmiche delle figure 2-5; 7 sono di Giorgio Buratti, mentre l'algoritmo che computa le geometrie di figura 6 è di Andrea Rossi.

se: *dal broccolo al rosone* a Giorgio Buratti e Andrea Rossi. Le definizioni algoritmiche delle figure 2-5; 7 sono di Giorgio Buratti, mentre l'algoritmo che computa le geometrie di figura 6 è di Andrea Rossi.

Note

[1] In matematica, la misura di Lebesgue è la misura solitamente utilizzata per i sottoinsiemi di uno spazio euclideo di dimensione. Si tratta di una misura positiva completa che costituisce una generalizzazione dei concetti elementari di area e volume di sottoinsiemi dello spazio euclideo.

[2] La definizione è attribuita a Charles Hermite, eminente matematico francese che in una lettera ad un collega definisce "funzioni mostruose" o "patologiche" le funzioni continue ma non derivabili in nessun punto, perché sfidavano le nozioni intuitive di regolarità e derivabilità su cui si basava gran parte dell'analisi matematica dell'epoca.

[3] Goethe la cita e la utilizza in alcuni suoi scritti, soprattutto nelle *Massime e riflessioni (Maximen und Reflexionen)*, raccolta postuma del 1833), dove si trovano formulazioni simili sul limite naturale della crescita e della perfezione.

[4] Specie di ninfea caratterizzata da foglie di grande estensione, sostenute da un complesso sistema di costole radiali e nervature incrociate, in grado di garantire leggerezza e resistenza strutturale.

[5] Munari semplifica le osservazioni di Leonardo sul disegno/forma degli alberi: Rami tendono ad incurvarsi verso l'alto a meno che il loro peso o quello dei frutti non lo impedisce. Il motivo di ciò è che ciascun ramo compete per ottenere una maggiore esposizione alla luce solare; Rami che crescono nella parte inferiore dell'albero sono maggiori di quelli che crescono nella parte superiore; Rami

più centrali, quindi meno esposti alla luce, tendono a consumarsi di più e ad apparire meno belli; Rami più belli e vigorosi sono quelli posizionati in cima all'albero per via dell'esposizione alla luce e all'aria; Quando i rami di un albero si biforcano l'angolo che formano è sempre uguale qualunque ramo si consideri; L'affermazione 5 è sempre vera a meno che il ramo non sia vecchio. Più vecchio esso diventa più ottuso diventa l'angolo; Quando un ramo si divide in due rami l'inclinazione dei due rami sarà diversa e quello più sottile sarà più inclinato; Quando un ramo si divide in due rami la somma delle sezioni di quest'ultimi è uguale alla sezione del ramo genitore; Le inclinazioni dei rami maestri sono tante quante sono le nuove ramificazioni che da essi partono senza scontrarsi; Quest'inclinazione più si piega quanto più i rami sono grossi; Il punto di intersezione della foglia lascia sempre una cicatrice sul ramo cui era attaccata finché per anzianità dell'albero la scorza si crepa e scoppia.

[6] Infatti il broccolo romano è una varietà di cavolfiore a ciclo medio-precocce autunno-invernale.

[7] *Wasp* è un *plug-in* per *Grasshopper*, sviluppato in *Python*, che offre strumenti combinatori per la progettazione con elementi discreti. La descrizione di ogni parte include tutte le informazioni necessarie per il processo di aggregazione (geometria della parte, posizione e orientamento delle connessioni) fornendo nel contempo una serie di strumenti utili a vincolare l'aggregazione risultante. Lo sviluppo di *Wasp* è stato realizzato da Andrea Rossi, nell'ambito della ricerca sui materiali digitali e la progettazione discreta presso la DDU Digital Design Unit della TU Darmstadt, guidata dal Prof. Oliver Tessmann.

Autori

Michela Rossi, Dipartimento di Design, Politecnico di Milano, michela.rossi@polimi.it
 Giorgio Buratti, Dipartimento di Design, Politecnico di Milano, giorgio.buratti@polimi.it
 Andrea Rossi, University of Kassel, Das Computerlabor im Fachbereich, rossi@asl.uni-kassel.de

Riferimenti bibliografici

Alexander, C. (1987). *A new theory of urban design*. Oxford: Oxford University Press.

Allner, L., Kroehnert, D., Rossi, A. (2020). *Mediating Irregularity: Towards a Design Method for Spatial Structures Utilizing Naturally Grown*

- Forked Branches. In C. Gengnagel, O. Baverel, J. Burry, M. Ramsgaard Thomsen, & S. Weinzierl (Eds.). *Impact: Design With All Senses*, pp. 433-445. Cham: Springer.
- Buratti G., Rossi M. (2021). Fractal patterns. Forms of Nature for project sustainability. In *DISEGNARECON*, vol. 14, pp. 1-17.
- Falconer, K. (2003). *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*. London: John Wiley & Sons.
- Greenough, H. (1852). *The travels, observations, and experience of a Yankee stonemason*. By Horace Bender. New York: Putnam.
- Greenough, H. (1957). *Form and Function: Remarks on Art, Design and Architecture*. Berkeley: University of California Press.
- Jong, T. D. (2005). Modular Construction and Fractal Geometry. In *Journal of Architectural Science*, 12(3), pp. 45-56.
- Lindenmayer, A. (1968). Mathematical models for cellular interactions in development II. Simple and branching filaments with two-sided inputs. In *Journal of Theoretical Biology*, 18(3), pp. 300-315. DOI: 10.1016/0022-5193(68)90080-5.
- Mandelbrot, B. (1975). *Les object fractals. Forme, hazard e dimension*. Paris: Flammarion.
- Mandelbrot, B. (2004). *Fractals and chaos: the Mandelbrot set and beyond*. Cham: Springer International Publishing.
- Munari, B. (1978). *Disegnare un albero*. Mantova: Corraini.
- Oxman, R. (2010). *Material-Based Design Computation*. Cambridge: MIT Press.
- Penrose, R. (2004). *The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Universe*. London: Jonathan Cape.
- Piker, D. (2013). Kangaroo: Form finding with computational physics. In *Architectural Design*, 83(2), pp. 136-137.
- Prusinkiewicz, P., Lindenmayer, A. (1990). *The Algorithmic Beauty of Plants*. New York: Springer Verlag.
- Rossi, A. (2017). *Wasp-Discrete Design for Grasshopper* [Python]. <<https://github.com/ar0551/Wasp>> (consultato l'8 agosto 2025).
- Rossi, A., Tessmann, O. (2019). From Voxels to Parts: Hierarchical Discrete Modeling for Design and Assembly. In L. Cocchiarella (Ed.). *ICGG 2018-Proceedings of the 18th International Conference on Geometry and Graphics*, vol. 809, pp. 1001-1012. Cham: Springer International Publishing. DOI: 10.1007/978-3-319-95588-9_86.
- Rossi, M. (2001). Tra forma e numero, l'ordine naturale nella ricerca del bello. Università di Firenze. Facoltà di Architettura (a cura di). *Matematica e architettura. Metodi analitici, metodi geometrici e rappresentazioni in architettura*, pp. 165-172. Firenze: Alinea.
- Rossi, M. (2006). Natural Architecture and Constructed Forms: Structure and Surfaces from Idea to Drawing. In *NEXUS NETWORK JOURNAL*, vol. 8, pp. 172-182.
- Rossi, M. (2014). Le regole del disegno. Modelli organici e pattern digitali. In M. Rossi, A. Casale (a cura di). *Uno (nessuno) centomila – prototipi in movimento. Trasformazioni dinamiche del disegno e nuove tecnologie per il design*, pp. 35-52. Santarcangelo di Romagna: Maggioli Editore.
- Rossi, M. (2019). Organic Reference in Design. The Shape between Invention and Imitation. In P. Magnaghi Delfino, G. Mele, T. Norando (a cura di). *Faces of Geometry. From Agnesi to Mirzakhani. LECTURE NOTES IN NETWORKS AND SYSTEMS*, pp. 177-186. Cham: Springer.
- Rossi, M., Buratti, G. (2021). Fractal patterns. Forms of Nature for project sustainability. In *DISEGNARECON*, vol. 14, pp. 1-17.
- Rossi, M., Buratti, G. (2022). I giochi del disegno. Forma, costruzione e proliferazione nei pattern chiusi dai rosoni del duomo di Milano. In E. Cicalò, F. Savini, I. Trizio (a cura di). *Decorazione*, pp. 70-97. Alghero: Publica.
- Rossi, M., Buratti, G. (a cura di). (2017). *Computational Morphologies. Design Rules between Organic Models and Responsive Architecture*. Cham: Springer Nature.
- Rossi, M., Buratti, G., Ciagà, L., Conte, S. (2022). Antichi pattern e paesaggi sostenibili. Modelli biomorfici per la sostenibilità del Progetto. In F. Bianconi, M. Filippucci, S. Ceccaroni (a cura di). *Città centrifughe*, pp. 165-168. Santarcangelo di Romagna: Maggioli Editore.
- Sala, N., Cappellato, G. (2004). *Architetture della complessità. La geometria frattale tra arte, architettura e territorio*. Milano: Francoangeli.
- Thompson D'Arcy, W. (1917). *On Growth and Form*. Cambridge: University Press.
- Tuckermann, H.T. (1853). *Memorial of Horatio Greenough*. New York: Kessinger Publishing.
- Viollet-le-Duc, E. (1876). *Le massif du Mont Blanc. Étude sur sa constitution géodésique et géologique sur ses transformations et sur l'état ancien et moderne de ses glaciers*. Paris: Boudry Editeur.